

FENÓMENOS DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN

LA EDUCACIÓN BÁSICA

A. I. De Rincón - S. Salinas - T. Guanina - C. Hurtado.

La Universidad del Zulia

Maracaibo - Venezuela

RESUMEN

Este estudio tiene como finalidad la observación de una situación de enseñanza no organizada para determinar los fenómenos de las Situaciones Didácticas en Matemáticas (Topaze, Jourdain, Papy, Diénès, Obsolescencia y Uso Inadecuado de la Analogía). El fundamento teórico de la investigación lo constituye la teoría de la Didáctica de las Matemáticas de Brousseau (1997). La observación de estos fenómenos obedece a la necesidad de informar y formar a los agentes multiplicadores de la enseñanza de la Matemática, acerca de su existencia y posibles correctivos. En esta investigación, se observaron 5 docentes de diferentes institutos de Educación Básica, durante 9 sesiones de clase de 90 minutos cada una, utilizando el método de la Observación Familiar de Brousseau. Se aplicaron 4 instrumentos de medición: ficha didáctica, ficha de observación, crónica de las lecciones y filmaciones. La metodología empleada fue cualitativa de tipo descriptivo, basada en el método de observación mencionado. Sobre la base del análisis y resultados obtenidos, se presume la presencia de los fenómenos didácticos, independientemente de la formación y nivel académico de los docentes, y además, que existe una relación inversa entre el uso de estrategias metodológicas fundamentadas en el constructivismo y la aparición de los fenómenos didácticos.

Palabras Claves: Fenómenos de la Didáctica, Didáctica de las Matemáticas, Transposición Didáctica, Observación Familiar.

MATHEMATIC DIDACTIC PHENOMENA IN BASIC SCHOOL

ABSTRACT

This study has as a purpose to observe a non organized teaching situation to determine the phenomena of the Didactics of Mathematics (Topaze, Jourdain, Papy, Diénès, Obsolescence and Exaggerated Use of Analogy). The theoretical foundation of the investigation is constituted by the theory of the Didactical Situation in Mathematics of Brousseau (1997). The observation of these phenomena is an answer to the necessity of informing and forming the multiplying agents of Mathematics about their existence and possible correctives. 5 teachers from different institutes of Basic School were observed. This was done through Brousseau Family Observation Method, during 9 class sessions of 90 minutes each. In this research, 4 measure instruments were applied: didactic registers, observation records, and chronicles of lessons and filming. The used methodology was qualitative of descriptive type, based on the mentioned observation method. On the base of the analysis done and the results obtained, it is presumed the presence of didactic phenomena, independently of teaching formation and academic level. It is also believed there is an inverse relationship between the use of methodological strategies based on Constructivism and the occurrence of these didactic phenomena.

Words Key: Phenomena of Didactics, Didactics of Mathematics, Didactic Transposition, and Family Observation.

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de la Matemática, al producirse la transposición didáctica, entendida como el proceso a través del cual un conocimiento matemático se modifica con el fin de llegar a ser enseñado, se han observado una serie de fenómenos, que en cierta forma limitan el proceso de enseñanza en esta disciplina.

Es así, como al ocurrir la transposición podrían ir incorporándose al proceso de enseñanza una serie de elementos ajenos, desapercibidos en una clase o incluso por generaciones. Muchas veces, genera una tergiversación de la información original, que aunque pueda pasar desapercibida en algunos casos, en otros puede hacerse notoria o determinarse finalmente que estuvo errada.

La transposición es un proceso que tiene sus inconvenientes y su rol, incluso para la construcción de la ciencia. Ella es inevitable, necesaria y en un sentido, lamentable, (Chevallard, 1985).

Lo cierto es que el manejo errado de la transposición didáctica, trae como consecuencia la generación de fenómenos de la Didáctica, entre los más importantes destacan: Los efectos Topaze, Jourdain, Papy, Diénès, Obsolescencia y Uso Inadecuado de la Analogía, los cuales serán explicados detalladamente más adelante.

Las implicaciones de la transposición en la práctica diaria de la enseñanza de la Matemática representan el objetivo fundamental de este estudio, el cual está orientado hacia la observación de una situación de enseñanza no organizada para determinar los fenómenos de la didáctica de las matemáticas que pueden estar presentes en ella.

La observación de estos fenómenos obedece a la necesidad de informar y formar a los agentes multiplicadores de la Enseñanza de las Matemáticas acerca de la existencia y posibles correctivos de estos Fenómenos de la Enseñanza.

Para la consecución del objetivo que se persigue, se ha diseñado una Ficha de Observación, la cual está integrada por 25 conductas a ser observadas. Esta Ficha de Observación tiene la finalidad de involucrar una serie de factores tales como la observación de los efectos Topaze, Jourdain, Papy, Diénès, Obsolescencia y Uso Inadecuado de la Analogía, para poder así contar con un instrumento que a posteriori permita identificar estos fenómenos y sugerir posibles correcciones.

El producto final obtenido a través de la Ficha de Observación, pudiese ser utilizado en talleres de formación docentes, para que éstos aborden la problemática de los Fenómenos de la Didáctica de las Matemáticas y puedan incursionar lo menos posible en este tipo de situaciones.

MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

Lineamientos Generales de la Educación Básica Actual.: El nivel de Educación Básica es el segundo del Sistema Educativo Venezolano y se organiza en tres etapas: la Primera Etapa que abarca 1^{ero}, 2^{do} y 3^{er} grados; la Segunda Etapa incluye 4^{to}, 5^{to} y 6^{to} grados y la Tercera Etapa comprende 7^{mo}, 8^{vo} y 9^{no} grados.

En el nivel de Educación Básica se ofrece a los niños y adolescentes una formación integral, general y básica. La primera porque abarca todos los aspectos del desarrollo afectivo, cognitivo y bio-social. La segunda, por cuanto promueve aprendizajes y conocimientos variados de lo humanístico, artístico y científico de la cultura nacional y universal. Y la general porque proporciona la educación formal mínima que deben cumplir los venezolanos según lo pautado en la ley.

En el documento Currículo Básico Nacional (1997), emanado de Secretaría Regional de Educación del Estado Zulia se hace referencia a documentos y diagnósticos, que se establecen como bases para replantear la política educacional Nacional.

Los resultados de las investigaciones, realizadas por algunos de los entes y comisiones creadas para tal fin, detectan una visión del nivel de Educación Básica que muestra su poca vinculación con las prioridades y las expectativas que el país ha colocado en este nivel como instrumento de formación y transformación. Es así, como se formula un Modelo Curricular denominado Currículo Básico Nacional (1997), que constituye el referente teórico que sustenta la reforma curricular propuesta por el Ministerio de Educación, la cual se ha iniciado en el Nivel de Educación Básica por concentrarse en éste la gran mayoría de la población en edad escolar.

El Currículo Básico Nacional para el nivel de Educación Básica presenta las siguientes características: centrado en la escuela, sustentado en teorías del aprendizaje, consensuado, abierto y flexible, y organiza el conocimiento por tipos de contenido.

Didáctica y su Etimología: Para definir el término "Didáctica de las Matemáticas" es necesario buscar las definiciones existentes del término "Didáctica", el cual a juicio de numerosos autores presenta sentidos y orígenes distintos, a continuación se presentan algunos de ellos.

Para Jan Amos Komenski, citado por Quevedo (1998), "Didáctica" significa "el arte de Enseñar", esta definición muy difundida que se refiere a "el conjunto de medios y de procedimientos que tienden a hacer conocer, a saber algo, generalmente, una ciencia, una lengua o un arte, ...".

Quevedo plantea que a partir de la definición de Jan Amos Komenski, el término didáctica ha tomado tres orientaciones, a saber :

- *Didáctica como palabra Culta:* Es lógica esta orientación ya que la didáctica representa "el medio institucional que se da la sociedad para hacer conocer el saber, e impartir la cultura a todos sus miembros".

- *Didáctica como preparación de lo que sirve para enseñar:* Se refiere exclusivamente a los medios utilizados en la enseñanza, (los currícula, los objetivos, las estrategias, los materiales, libros, manuales, programas), que al acto de enseñar en sí.
- *Didáctica como el conocimiento del arte de Enseñar:* Se muestra a la didáctica como una actividad científica mas relacionada con su objeto de estudio. (Quevedo, 1998, p. 7-9).

Las dos primeras orientaciones hacen ver al didacta responsable del "enseñar" dando énfasis a la utilización de medios y técnicas en el acto de enseñanza. En la tercera, se define el estudio de sus fenómenos y sus técnicas. El didacta es responsable de la validez de sus experiencias sobre la enseñanza.

En la actualidad, Didáctica a juicio de numerosos investigadores es intuitivamente una ciencia de la comunicación y de sus transformaciones. Para Brousseau (1997, p.24), la didáctica estudia la comunicación del conocimiento y teoriza su objeto de estudio, pero puede asumir esta reto solo si se satisfacen las dos siguientes condiciones:

- Que evidencie los fenómenos específicos que pretenden ser explicados por los conocimientos originales que la didáctica propone.
- Que indique los métodos específicos de prueba que utiliza para tal propósito.

Estas dos condiciones son esenciales si la Didáctica de las Matemáticas va a ser capaz de hacerse cargo de su objeto de estudio de una forma científica y así permitir acciones controladas en la enseñanza.

En esta definición se destaca la labor científico – social que la didáctica debe desempeñar. La labor científica, por cuanto las teorías que utiliza fundamentan su objeto de estudio y la social porque permite la difusión de los conocimientos a los hombres de la sociedad.

Además, pueden apreciarse dos aspectos importantes. Un aspecto positivo o explicativo: ya que debe analizar, explicar y prever los comportamientos cognoscitivos, tomando en consideración las consecuencias que produzcan tales comportamientos y las condiciones donde se realizan. Segundo, un aspecto Normativo: ya que debe buscar la mejor manera de organizar la acción de los agentes difusores de los conocimientos, aportando los medios conceptuales que permitan establecer un juicio comparativo en las diversas formas de organización de los problemas. (Quevedo, 1998, p. 13).

Teoría de la Didáctica de BROUSSEAU: Brousseau busca crear una “teoría” de la educación matemática. Esto es, busca crear, consolidar y relacionar un conjunto de conceptos tales que su utilización permita el estudio de los fenómenos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Para lograrlo, Brousseau utiliza una aproximación sistémica: considera la comunicación del conocimiento matemático como un proceso dentro de un sistema, sistema compuesto por una variedad de subsistemas que interactúan entre ellos. Dada la complejidad de las interacciones que se dan dentro de este sistema, Brousseau propone la construcción de un modelo de este sistema. Este modelo, conjunto de conceptos organizados, debe: permitir la descripción de aquellos tipos de relaciones humanas pertinentes en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas; permitir la consideración de todos los fenómenos pertinentes; ser consistente. (Gómez, 1995).

El autor plantea que en esta teoría se considera en primera instancia el problema de la génesis y la comunicación del saber matemático. Después se hace un breve análisis de algunos fenómenos de la educación matemática. En seguida, se introducen los conceptos de situación adidáctica, situación didáctica, contrato didáctico y transposición didáctica. El modelaje de la situación didáctica se efectúa haciendo una similitud con la noción de juego.

Objetos de Estudio de la Didáctica de las Matemáticas: Según Brousseau (1997), la didáctica de las Matemáticas puede dar a conocer de manera científica sus objetos de estudio, permitiendo acciones controladas sobre la enseñanza, que pongan en evidencia los fenómenos específicos que los conceptos originales propuestos por la didáctica, puedan explicar y los métodos de pruebas específicos que utiliza para eso. Así, sus objetos de estudio serían: el conocimiento, la transposición didáctica, el investigador, el alumno y el profesor de Matemáticas.

El conocimiento Matemático, puede presentarse de diferentes formas, pero para los matemáticos una de las formas clásicas es la presentación axiomática. Esta hace posible definir este objeto de estudio en términos de nociones introducidas previamente, permitiendo la organización de nuevos conocimientos en relación con los ya adquiridos. El conocimiento matemático provee al profesor y al alumno una manera de ordenar y acumular en un mínimo de tiempo, un máximo de conocimientos, próximos al conocimiento optimado, sin importar la sucesión de dificultades y preguntas que provocaron la aparición de otros conceptos fundamentales, se usa en el planteamiento de nuevos problemas, la inclusión de técnicas y preguntas que permitieron buenos resultados en otros sectores, el rechazo de puntos de vista que resultaron ser falsos y las discusiones en relación con ellos.

La transposición Didáctica, intenta proporcionar un esquema teórico de estudio del proceso mediante el cual cierto conocimiento matemático se transpone con el fin de llegar a ser enseñado, esto es, representa una conversión de un objeto del saber que se va a enseñar en un objeto de enseñanza. Para hacer la enseñanza más fácil se aíslan ciertas nociones y propiedades, sacándolas de la red de actividades que le dieron origen, significado, motivación y uso. Es decir se adecuan al contexto de la clase.

El trabajo del Investigador en el área de Matemática, debe ser dar a conocer sus resultados, fijándose como norma, el seleccionar y evaluar de manera objetiva, lo que él piensa haber encontrado, además, ha de abandonar las reflexiones superfluas y buscar la teoría más general con el objeto de que sus resultados mantengan validez. Para ello, deberá despersonalizar, destemporizar y descontextualizar sus resultados para que el lector pueda tomar conciencia de ellos y convencerse de su validez, sin tener que recorrer el mismo camino para su descubrimiento.

En relación con el *Trabajo del Alumno*, debe ser comparable en ocasiones a la actividad científica. No se limita únicamente a la memorización de definiciones y teoremas, sino que pretende utilizar y aplicar el saber para producir, formular, demostrar y construir modelos, lenguajes, conceptos y teorías para intercambiarlas con otras personas, tomando lo que le es útil.

Por último, *el trabajo del Profesor o del docente*, es en cierta forma inverso al trabajo del investigador, ya que el profesor debe producir una recontextualización y una repersonalización de los resultados de aquel, convirtiéndose en el guía de los alumnos a fin de que los conocimientos tengan sentido para ellos, planteándole situaciones al alumno dentro de las cuales éste encuentre el sentido de los conocimientos que debe aprender.

Los objetos de estudio de la Didáctica, también se reflejan en la definición de Brousseau: El investigador al realizar sus investigaciones está generando conocimiento Matemático y desempeñando su labor científica, el profesor recontextualiza y repersonaliza los resultados del investigador con la finalidad de comunicar los conocimientos a sus alumnos, cumpliendo así su labor social, destacándose en esta última el Fenómeno de la Transposición Didáctica responsable de la ocurrencia de los Fenómenos de la Didáctica.

Fenómenos de la Didáctica: La Transposición Didáctica, a pesar de ser necesaria en un gran número de situaciones, para poder hacer el conocimiento susceptible de aprendizaje, acarrea al mismo tiempo una serie de implicaciones que conducen a fallas en la extrapolación del conocimiento científico - matemático. Estas fallas requieren de una precisa revisión teórica, que documente al docente y/o investigador acerca de su ocurrencia en el proceso de enseñanza de las Matemáticas.

A continuación se presentan los fenómenos de la didáctica que expuestos por Brousseau (1997, p.25), como consecuencia de la Transposición Didáctica:

El efecto "TOPAZE" y el control de la Incertidumbre: Este efecto ocurre cuando un profesor busca de su alumno ante todo una respuesta, aún cuando el sentido del conocimiento que se quiere enseñar se modifique, el alumno no determina nada, sólo forma parte del juego en donde el profesor se ve obligado a cambiar el problema que presentó a sus alumnos, no para que lo resuelvan, sino para que le den la respuesta correcta. Si los conocimientos que se quieren enseñar desaparecen completamente, estamos en presencia del efecto TOPAZE.

Cuando el fenómeno se presenta en ciertas circunstancias, donde el profesor es llevado en el curso de su manipulación del sentido del comportamiento de los alumnos, a vaciar la situación de aprendizaje de todo contenido cognoscitivo, Brousseau, lo define como efecto TOPAZE.

Algunos aspectos relacionados con la existencia de este fenómeno pueden ser:

- La falta de tiempo por parte del profesor, quien no desea interrumpir su clase para dedicar mayor tiempo a algunos alumnos. Sin embargo, no desea dejar al descubierto su fracaso ante algunos alumnos, por lo que prefiere aparentar que se ha dado una respuesta satisfactoria.

- Puede suceder, en otros casos, que el profesor cree realmente que el alumno si sabe, pero que en ese momento no tiene la respuesta a mano. Por lo que, ayudando un poco al alumno, éste podrá evocar el conocimiento adecuado.
- El profesor puede pensar que ayudando al alumno con una respuesta disfrazada éste aprende, o bien, supone que ayudándole en clase en el futuro lo hará solo.

Este efecto se evidencia en las clases de Geometría referidas al tema de Paralelismo, donde los alumnos suelen demostrar algunos ejercicios en los cuales deben aplicar el teorema siguiente: "Los ángulos alternos internos son congruentes si y solo si las rectas son paralelas". Sin embargo, un alumno en la resolución de un problema en el pizarrón, consigue que dos rectas son paralelas y que los ángulos α y β son alternos internos entre esas paralelas, al momento de justificar el por qué los ángulos son congruentes escribe: **a @ b por ser ángulos alternos internos**, el profesor le dice que la justificación está incompleta, pero el alumno no logra entender porqué, entonces el profesor dice: "**por ser alternos internos entre.....**" a lo que el alumno sin pensar completa diciendo: "**Paralelas**". Cuando el profesor da la pista, busca solo la respuesta correcta, pero no explica la importancia de completar la justificación. Una buena manera de enseñar al alumno como debe justificar su paso sería colocar un contra ejemplo, con rectas que no fueran paralelas.

El efecto "JOURDAIN" o malentendido fundamental: Para evitar el debatir el conocimiento y posiblemente el admitir alguna falla, el profesor consiente en reconocer una acción trivial, cuyo sentido, para el alumno también es trivial, como una actividad científica.

Tal es el caso de un docente de escuela básica que le pide calcular el área A de un triángulo ABC, cuyos lados son a, b y c, donde b es la base, mediante el empleo de la fórmula

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}, \text{ para ello el docente suministra las longitudes de los lados y sus respectivas}$$

alturas . Un alumno, a diferencia de sus compañeros, no utiliza el valor de la base b del triángulo, sino que calcula el área requerida sustituyendo los valores de a y h_a en la fórmula del área. Entonces, el profesor se le acerca y lo felicita por haber utilizado el teorema: **En todo triángulo el producto de las alturas por sus respectivos lados es constante.** Es decir, $a \times h_a = b \times h_b = c \times h_c$, lo cual no es conocido por el alumno hasta entonces.

El uso inadecuado de la ANALOGÍA: La analogía es un excelente medio heurístico cuando la persona que lo utiliza lo hace responsablemente. Pero su uso en la relación didáctica lo convierte en una formidable vía para reproducir efectos Topaze. Es sin embargo, una práctica natural. Si unos pocos estudiantes no han aprendido, se les debe dar una segunda oportunidad. Incluso, si el profesor oculta el hecho de que el nuevo problema es similar al anterior, los estudiantes buscarán similitudes - es una práctica legítima - de forma que ellos pueden llevar adelante, en su estado actual, la solución que ya se les ha dado. Esta respuesta no indica que ellos encuentran que la solución sea justa a la pregunta dada, sino solamente que han reconocido indicaciones tal vez un tanto exógenas y no controladas que el profesor quería que produjesen. Los alumnos encuentran la solución leyendo indicaciones didácticas y no involucrándose en el problema.

Algunos ejemplos son:

- Cuando se quiere hallar la longitud de un lado de cualquier triángulo, y los alumnos utilizan el teorema de Pitágoras.
- Cuando se quiere resolver el producto notable $(a + b)^2$ y por analogía de $(a.b)^2 = a^2.b^2$, resuelven $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

El efecto "PAPY" o de transformación Metacognitiva: Cuando una actividad de enseñanza ha fallado, el profesor puede sentirse obligado a justificarse a sí mismo y, para

continuar su actividad, hacer uso de sus propias formulaciones y medios heurísticos como objeto de estudio en lugar del conocimiento matemático. Este efecto puede iterarse varias veces e involucrar a toda una comunidad.

El efecto Papy se hizo evidente al final de los años 30, cuando la Teoría de Conjunto partió desde su función científica inicial para convertirse en una forma de enseñanza que satisfizo la necesidad de los profesores de una metamatemática y un formalismo fundamental. Los profesores de entonces debían invitar a los estudiantes a un control semántico de la teoría (llamada “ingenua”). Para evitar errores no era suficiente aplicar axiomas; se necesitaba conocer de lo que se estaba hablando y conocer las paradojas vinculadas a ciertos usos. Este control difería del más usual y “sintáctico” control matemático. El uso de la Teoría de Conjuntos, ya didáctico, permitió a otras teorías una presentación axiomática cuya negociación sería mas clásica.

Estos medios de enseñanza se convirtieron en el objeto de enseñanza para niños cada vez más pequeños. El control semántico estaba basado en un “modelo” que se remonta a Euler, lo cual hace referencia a varias representaciones gráficas. Este “modelo” no era realmente correcto; no permitía el control esperado y causaba dificultades de enseñanza. Debido a esas dificultades este “método” de enseñanza se convirtió en objeto de enseñanza y se sobrecargó con convenciones y lenguaje específico que eran en sí mismo enseñados y explicados en cada presentación. Con este proceso, entre más se producían comentarios y convenciones, los estudiantes menos podían controlar las situaciones a las cuales se enfrentaban.

Sería ingenuo prever que el sentido común habría hecho posible escapar a tales extravagantes consecuencias. La fuerza de los efectos didácticos es incontrolable en la medida en que el profesor es incapaz de apartarse a sí mismo de su obligación de enseñar a toda costa.

Entre más grande es el número de miembros del público involucrados en la negociación, mayormente el proceso elude el control “ingenuo”.

Efecto de la "OBSOLESCENCIA" de las situaciones de enseñanza: Todo profesor tiene dificultades para repetir una misma lección aunque se trate de alumnos nuevos: la repetición exacta de lo que se ha dicho o hecho con anterioridad, no tiene el mismo efecto, y sus resultados a veces no son tan buenos, pero el profesor tiene cierto temor a esta reproducción. Él siente una fuerte necesidad de cambiar, al menos la formulación de su exposición o sus instrucciones, los ejemplos, los ejercicios y si es posible, la estructura misma de la lección.

Las lecciones que incluyen una exposición seguida de ejercicios o una simple instrucción seguida de una situación de aprendizaje, que no requieran la intervención del profesor, envejecen con mayor lentitud. Los esfuerzos de los docentes por cambiar son indicadores confiables del fenómeno. El envejecimiento y el efecto del tiempo didáctico trae a colación una pregunta fundamental para la didáctica. ¿Qué es realmente lo que se reproduce durante el curso de una lección?. Un profesor que reproduce la misma historia, la misma secuencia de las mismas actividades y las mismas afirmaciones de su parte y de parte de los estudiantes, ¿ha reproducido el mismo evento didáctico y producido los mismos efectos desde el punto de vista del significado?.

No existe una forma simple de diferenciar una buena reproducción de una mala para los conocimientos de los estudiantes. En el caso de una mala reproducción, la similitud en el desarrollo de la lección se obtiene por una intervención discreta pero repetida del profesor, el cual transforma toda la situación sin modificar aparentemente su “historia”.

El conocimiento que se produce en una situación de enseñanza, es precisamente uno de los objetos de estudio de la didáctica. No es el resultado de la observación, sino de un análisis

basado en el conocimiento de los fenómenos que definen lo que ellos dejan sin cambiar. Este fenómeno, igual que los anteriores puede observarse en una clase y también en un sistema general.

El dilema en que se encuentra el profesor entre lo que tradicionalmente ha venido repitiendo y la necesidad de asumir innovaciones es también, un índice de coerción, que refuerza la regulación de la obsolescencia.

El efecto "DIÉNÈS" o la Epistemología del Profesor: Este efecto se produce al introducir un método, juego, algoritmo, como estrategia que permita la asimilación de determinado concepto, sin tomar en consideración el conocimiento previo que el alumno demuestra sobre dicho concepto. Se fundamenta en el método de Diénès.

El método didáctico de Diénès, basado en el “proceso psicodinámico”, explícitamente no deja iniciativas distintas a la de la escogencia de los materiales, la presentación de hojas de actividades, el estímulo para su uso, y cosas por el estilo, al profesor. El método debe funcionar en virtud de un proceso interno del sujeto, *inevitable* tan pronto se satisfacen sus condiciones iniciales: ofrecer juegos estructurados repetidamente, solicitar su esquematización, etc. Ello mitiga así la responsabilidad técnica del profesor en cuanto a provocar el aprendizaje deseado. Puede presentar sus ejercicios, esperar, y eventualmente dar respuestas acompañadas de una magra explicación, pasar a la siguiente hoja de actividades, organizar el juego correspondiente; pero el contrato de enseñanza en modo alguno lo ata a la evolución del comportamiento cognitivo de quien se supone el “juego” se haga cargo. Por el contrario, el profesor debe dejar al alumno pensar por sí mismo, Sin embargo, los juegos de Diénès a menudo son insatisfactorios, debido a que las reglas que se le dan al alumno (para jugar) son las mismas que debe aprender; ¡la estructura del juego y lo que el conocimiento

“es” son idénticos! Así, entender la regla, que es condición para la acción, requiere primero que el alumno posea el conocimiento que intentamos enseñarle.

Pero las insuficiencias teóricas y prácticas de los juegos de Diénès no explican porqué las fallas se observan con menos frecuencia entre los adeptos al método que entre usuarios concienzudos pero no comprometidos. Un profesor que tiene confianza en el proceso psicodinámico se contenta con dar a sus alumnos la hoja de actividades y los juegos, y espera hasta que se produzca el efecto predicho, la generalización o la buena formalización. Se produce mal debido a la ruptura de la negociación que va de la mano con la disminución de la presión por parte del profesor.

Entre más seguro esté el profesor del éxito por medio de efectos que son independientes de su esfuerzo personal, más probabilidades tiene de fallar! Éste fenómeno, que muestra la necesidad de la integración de la conexión profesor–estudiante en cualquier teoría didáctica, es el *efecto Diénès*.

METODOLOGÍA

La metodología empleada en el transcurso de la Investigación corresponde al método de observación de Brousseau, el cual se encuentra enmarcado en la Etnometodología.

En particular, se aplicó el método de la Observación Familiar de Brousseau, citado por Quevedo, (1997) el cual consta de un grupo reducido de personas, dedicados a la Observación de clases de los docentes seleccionados para tal propósito.

Es conveniente aclarar que el otro tipo de Observación propuesta por Brousseau es la "Preparada", la cual se realiza en un aula especialmente equipada y diseñada para filmar las clases y realizar la observación sin interferir en el desarrollo de la misma, con la presencia de los observadores y los equipos de filmación.

Naturaleza de la Investigación.

El estudio realizado es de carácter cualitativo de tipo descriptivo, lo que permite preservar la necesaria concordancia entre los fenómenos observados y los objetivos planteados para realizar este trabajo. Conviene señalar que la escogencia de los Colegios y docentes fue de carácter intencional, pues los mismos se seleccionaron previa comunicación y conversación con docentes y directores, y sobre la base de la disponibilidad y receptividad de los mismos.

Las observaciones se realizaron a 5 docentes de 4 Colegios diferentes, ubicados en el Municipio Maracaibo y en el Municipio La Cañada de Urdaneta del Estado Zulia. Estos docentes, al momento de la realización de esta investigación, impartían enseñanza en la Escuela Básica, en 7mo y 8vo grados en la asignatura Matemática.

Se realizaron un total de nueve observaciones en bloques de dos horas (90 min.) c/u.

Instrumentos

Se utilizaron cuatro tipos de instrumentos denominados: Ficha didáctica, Ficha de Observación, Crónica de la Lección y Grabación de videos. Los tres primeros contenían solicitud de información respecto al nombre del docente, colegio, curso, sección, número de alumnos, sexo, rango de edades, título de la lección y en la ficha didáctica en particular, experiencia docente en cada nivel de enseñanza y nivel académico del docente.

La Ficha de Observación: Este instrumento contiene las características o indicadores de cada Fenómeno de enseñanza, además, si el indicador se haya presente o no y la frecuencia con que se presenta durante la observación.

La Ficha Didáctica: Fue elaborada tomando en cuenta las siguientes características: nombre del docente, asignatura, semestre, sección, sexo, edad del docente, título de la lección, experiencia docente y nivel académico.

Además de los datos antes requeridos, se recogió en ella el material y recursos a ser utilizados por el docente durante sus clases, sus intenciones pedagógicas, entre éstas: el tipo de

clase y finalidad, los antecedentes, objetivos y una descripción detallada de cada una de las fases de la clase.

Crónica de la Clase: En la crónica de la clase o de la lección se registró el desarrollo de toda la clase con sus diálogos y localización de los fenómenos observados.

La Filmación : Se realizaron grabaciones de todas las clases observadas, utilizando dos cámaras Handycam video 8 marca Sony. Posteriormente se editaron las filmaciones para ser analizadas repetidas veces con la finalidad de identificar los fenómenos y corregir posibles errores u omisiones de las crónicas de la lecciones realizadas en las sesiones de clase.

Etapas o Periodos de las Observaciones durante la Investigación

Se cumplieron tres periodos diferenciados e integrados en el proceso de estudio de los fenómenos de la didáctica.

Periodo de trabajo previo de campo (antes de la observación): En este periodo se recogió información documental sobre el tema a estudiar.

- Se contactaron directores y docentes para sensibilizarlos a fin de lograr su participación en este trabajo.
- Se discutió y analizó con los docentes y observadores los fines del trabajo y su importancia en el contexto escolar.
- Se prepararon los instrumentos y se organizaron los grupos para las tareas de filmación, crónica de la lección, ficha didáctica, ficha de observación.
- Se entrevistó a los docentes para llenar la ficha didáctica

Periodo de Trabajo de Campo (Observación): Este periodo se desarrolló en los colegios antes referidos, en la zona urbana y rural de los municipios Maracaibo y La Cañada de Urdaneta del Estado Zulia.

Durante las observaciones de las clases participaron los autores, llevando a cabo las actividades preestablecidas como son: la filmación de las clases, elaboración de las Crónicas de las clases y de las Fichas de Observación.

Periodo Postcampo

- Se llevó a cabo después de cada observación para realizar el estudio y procesamiento de la información y obtener los resultados de la ficha de observación mediante la utilización de la Estadística Descriptiva.
- Se discutieron los resultados obtenidos.
- Finalmente, se realizó la entrevista a los docentes observados con el objeto de informarles sobre los fenómenos y otras características observadas en sus lecciones y los posibles correctivos.

TRATAMIENTO E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

La Información Recolectada

La información se obtuvo de las características de los docentes reflejadas en la Ficha Didáctica, de las crónicas de las lecciones, de las filmaciones y las fichas de observación.

Los Docentes.

Se observaron un total de 5 docentes de diferentes escuelas y niveles de formación académica. Obsérvese la Tabla N° 1.

Tabla N° 1.

Experiencia y Formación Académica de los Docentes

Docente	Años de Experiencia Docente	Nivel Formación Académica
D1	4 años	Lic. Educación. Mención Matemáticas, Cursante de Maestría.
D2	17 años, 3 meses	Prof. En Educación Integral. Mención Matemática
D3	11 años	Lic. En Contaduría, Br. Docente.

D4	18 años	Lic. en Educación Mención Matemáticas. Maestría en Educación
D5	5 meses	Br. En Ciencias, estudiante de Economía.

Fuente: Datos recolectados en la Ficha Didáctica, 1999.

Desarrollo de las Lecciones. De las observaciones realizadas en clase, se obtuvo la información que muestra la tabla N° 2.

Tabla N° 2.

Características de las Lecciones.

Docentes	Tipo de trabajo en Aula	Tema	Estrategias	Recursos
D1	Individual	Polinomios y Suma	Exposición Heurística	Tiza, Borrador, pizarra y libro de texto.
D2	Individual	m.c.m y división en los enteros	Exposición Verbal	Tiza, Borrador, pizarra y libro de texto.
D3	Individual y Grupal	Multiplicación en los enteros	Exposición Heurística y Resolución de Problemas.	Tiza, Borrador, pizarra y guía de ejercicios.
D4	Individual	División de enteros	Exposición Verbal-Heurística	Tiza, Borrador y Pizarra.
D5	Individual y Grupal	Propiedades y Potenciación en los enteros	Exposición Verbal	Tiza, Borrador y Pizarra.

Fuente. Datos Obtenidos de las Observaciones realizadas en clase, 1999.

Fenómenos Didácticos Presentes en las Lecciones. De los datos obtenidos en la Ficha diseñada para la Observación, se extrajo la información necesaria para el cálculo de los límites de las escalas para cada Fenómeno observado, contenidos en la tabla N° 3.

Tabla N° 3.

Promedio y desviación Estándar para cada Fenómeno.

Fenómeno	Promedio	Desviación Estándar	Escalas			
			Nunca (N)	Poco Frecuente (PF)	Frecuente (F)	Muy Frecuente (MF)
Topaze	11	7	0	0-3	4-18	≥19
Jourdain	15	10	0	1-4	5-25	≥26

Uso exagerado de analogías	6	5	0	0-4	5-11	≥12
Diénès	4	2	0	0-1	2-6	≥7
Papy	5	7	0	0	1-12	≥13
Obsolescencia	4	1	0	1-2	3-5	≥6

Fuente. Obtenido de los datos de la Ficha de Observación, 1999.

A continuación se explica detalladamente el procedimiento empleado:

- Se calculó el promedio de aparición de cada fenómeno, utilizando la fórmula:

$$\bar{X} = \frac{\sum f}{n}, \text{ donde: } \bar{X} = \text{media}$$

f = frecuencia

n = Número de docentes

- Se obtuvo la desviación estándar:
- Los límites de los intervalos para cada una de las escalas, se obtuvieron de sumar y restar la desviación estándar a cada uno de los promedios calculados.

Para el cálculo del promedio se excluyó la lección N° 1 del docente D3, ya que en la misma no se observaron Fenómenos. Es conveniente resaltar, que el Docente hizo uso de estrategias propias del Constructivismo, haciendo énfasis en el aprendizaje significativo.

Seguidamente, se presenta la Tabla N° 4, la cual contiene la frecuencia de los Fenómenos de la Didáctica evidenciados en los docentes de la muestra.

Tabla N° 4 .

Frecuencia de la Presencia de fenómenos didácticos en los docentes observados

Docente	FRECUENCIA					
	N: Nunca , PF: Poco Frecuente, F: Frecuente, MF: Muy Frecuente					
	TOPAZE	JOURDAIN	PAPY	DIÉNÈS	ANALOGÍA	OBSOLESCENCIA
D1	F	F	F	F	F	F
D2	MF	MF	MF	MF	MF	F
D3	F	N	F	N	N	F

D4	F	F	N	N	PF	F
D5	F	F	F	F	F	F

Fuente: Obtenido del análisis de los datos de la Ficha de Observación, 1999.

Se observa en la tabla N° 4, que el fenómeno Topaze estuvo presente para todos los docentes observados, siendo "Frecuente" para cuatro docentes y "Muy frecuente" para uno.

Los fenómenos Jourdain, Papy y Diénès respectivamente, no se evidenciaron para todos los docentes, sin embargo, la mayoría los reflejaron en forma "Frecuente" y "Muy frecuente".

En relación con el fenómeno Uso inadecuado de la Analogía, la Tabla N° 4 refleja dispersión en los resultados, evidenciándose que los mismos se encuentran presentes para cada uno de los niveles de la escala utilizada: Nunca, Poco Frecuente, Frecuente y Muy Frecuente.

Con respecto al Fenómeno de la Obsolescencia, esta tabla muestra que los resultados se unificaron para los docentes de manera "Frecuente".

Asimismo, es conveniente señalar que en los docentes identificados como D1 y D5 se evidencian todos los fenómenos de manera frecuente. Así mismo, en el docente D2, todos los fenómenos se presentan muy frecuentemente con la excepción del fenómeno de obsolescencia. En relación con el docente D3 hubo ausencia de los fenómenos Jourdain, uso inadecuado de las analogías y Diénès; sin embargo se presentaron en forma Frecuente, el fenómeno Papy, Obsolescencia y Topaze. Los fenómenos Diénès y Papy no se observaron en el docente D4 y el uso inadecuado de las analogías se presentó poco frecuente; sin embargo la Obsolescencia, Topaze y Jourdain resultaron frecuentes en su observación.

La presencia de los fenómenos didácticos en los docentes de la muestra, se recoge en porcentajes en la Tabla N° 5.

Tabla N° 5.
Presencia de fenómenos didácticos en los docentes observados (en porcentaje)

Fenómeno	N	PF	F	MF	Total Porcentaje (docentes)
<i>Topaze</i>			80%	20%	100%
<i>Jourdain</i>	20%		60%	20%	100%
<i>Papy</i>	20%		60%	20%	100%
<i>Diénès</i>	40 %		40%	20 %	100%
<i>Uso inadecuado de la analogía</i>	20 %	20 %	40%	20%	100%
<i>Obsolescencia</i>			100%		100%

Fuente: Obtenido del análisis de los datos de la Ficha de Observación, 1999.

Para una mayor ilustración de los fenómenos de la didáctica, se han seleccionado de las crónicas de las lecciones, algunos fragmentos del desarrollo de la clase donde se evidencia la presencia de los fenómenos investigados. Tabla N° 6.

Tabla N° 6

Fragmentos del desarrollo de la clase donde se evidencia la presencia de los fenómenos

	Crónica de la lección	Fenómenos
Docente: D1 Sección: A Contenido de la lección: Polinomios y suma de Polinomios	<p>- El docente D1, comienza la clase corrigiendo una tarea propuesta sobre polinomios</p> <p>D1: <i>María, pasa a la pizarra por favor y escribe el ejercicio 1.</i> $P(x) = 3x^2 + 2x + 1$, Clasifica ese polinomio según el número de términos.</p> <p>- María no responde.</p> <p>D1: <i>¿Cuántos términos tiene?. ¿Cómo se llama?.....</i> <i>Recuerda que el polinomio puede ser monomio, binomio o polinomio.</i></p> <p>- María no contesta</p> <p>D1: <i>¿tenemos claro la clasificación de polinomio, según sus términos?</i></p> <p>- María no contesta</p> <p>D1: <i>Si tiene un término se llama</i></p> <p>A1: <i>Mononio</i></p> <p>D1: <i>Si tiene dos términos se llama.....</i></p> <p>A1: <i>Binomio</i></p> <p>D1: <i>¿Cómo se llama el polinomio $P(x) = 3x^2 + 2x + 1$?</i></p> <p>A1: <i>Polinomio.</i></p>	Efecto Topaze

<p>Docente: D2 Sección: A</p> <p>Contenido de la lección: m.c.m. y división</p>	<p>La clase ya ha comenzado. D2: <i>Quién me puede decir ¿Cómo se calcula el m.c.m.?</i> - Nadie responde. D2: <i>¿Cómo se llama el método?</i> A1: <i>Descomposición</i> D2: <i>Si, pero debemos tener ciertos conocimientos de cómo descomponer.</i> - El docente D2, espera un poco D2: <i>¿Cuándo un número es divisible por 2?</i> - Nadie responde D2: <i>Haber, ¿El 10 es divisible por 2?</i> A2: <i>Si.</i> D2: <i>El 15 es divisible por 3?</i> A2: <i>Si.</i> D2: <i>y por 5?</i> A2: <i>Si.</i> D2: <i>Bien Juan, veo que has estudiado los criterios de divisibilidad.</i></p>	<p>Efecto Jourdain</p>
<p>Docente: D2 Sección: A</p> <p>Contenido de la lección: m.c.m. y división</p>	<p>D2: <i>Vamos a ver la división de enteros, Uds. Conocen otras operaciones: multiplicación, suma y resta. Esta operación es muy fácil, porque les daré la reglita que les ayudará a dividir.</i> <i>Si tenemos una división: 35 entre 12. ¿Qué Hacemos?</i> - Espera un poco. A1: <i>Profe, eso da dos</i> D2: <i>¿Es exacta esta división?</i> A1: <i>No, sobran 11.</i> D2: <i>Muy bien!, 35 entre 12 es igual a 2 y sobran 11.</i> D2: <i>Fíjense en la división que hizo Ángela</i> - Escribe en el pizarrón</p> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r l} 35 & 12 \\ \hline 24 & \\ \hline 11 & \end{array}$ </div> <p>D2: <i>Como venán el dividendo es 35, el divisor es 12, el cociente es 2 y el resto es 11. Si multiplicamos 2 por 12 y le sumamos 11 nos da 35. Esto quiere decir que el dividendo es igual al divisor por el cociente mas el resto. Se las voy a escribir en el pizarrón. Por favor cópienla</i> - El docente escribe: - $D = d \times c + R$ D2: <i>Ahora les voy a colocar algunas divisiones para que Uds. consigan el dividendo, el divisor, el cociente y el resto, aplicando la reglita que acabo de darles.</i></p>	<p>Efecto Diénès</p>
<p>Docente: D5 Sección: A</p> <p>Contenido de la lección: Propiedades y potenciación de enteros</p>	<p>-El docente coloca una lista de ejercicios y un alumno le pregunta. A1: <i>Profesor, ¿Cómo puedo resolver este ejercicio?</i> $10^{-5} \times 10^6 =$ D5: <i>Mira los ejemplos del libro o revisa las propiedades que ya les di.</i> A1: <i>Yo llegué tarde Profesor, y no copié las propiedades.</i> D5: <i>Busca en el libro.</i> A1: <i>Profesor, no tengo el libro.</i> D2: <i>¿Quién puede prestarle un libro a Alberto?</i> A2: <i>Yo, Profesor.</i> D5: <i>Alberto fíjate, aquí está el ejercicio, mira como lo resuelven.</i> - El ejercicio señalado aparecía en el libro: $10^{-6} \times 10^6 = 10^{-6+6} = 10^0 = 1$. - El alumno mira el libro y escribe: $10^{-5} \times 10^6 = 10^{-5+6} = 10^1 = 1$</p>	<p>Efecto Analogía</p>

<p>Docente: D3 Sección: A</p> <p>Contenido de la lección: Multiplicación de Enteros</p>	<p>En una práctica de ejercicios el profesor dice: D3: <i>Esther, pasa a resolver el primer problema.</i> - El problema plantea: 1.- Fíjate en las siguientes caritas, utiliza tu imaginación para establecer los signos. Responde con caritas o con signos. a.) ☹ x ☹ x ☹ = b.) ☹ x ☹ x ☹ = c.) ☹ x ☹ x ☹ = d.) ☹ x ☹ x ☹ = - Esther, inmediatamente responde: A1: a) ☹ x ☹ x ☹ = ☹ D3: <i>Esther, la respuesta es una carita alegre o un "mas"</i> A1: <i>¿Por qué?, si tengo más caritas tristes que alegres, entonces la respuesta es una carita triste.</i> D3: <i>No, las caritas tristes son "menos" y las caritas alegres "mas", luego se multiplican.</i> A1: <i>Ah!, entonces la respuesta es:</i> a.) ☹ x ☹⁺ x ☹⁻ = ☹⁺</p>	<p>Efecto Papy</p>
<p>Docente: D3 Sección: B</p> <p>Contenido de la lección: Multiplicación de Enteros</p>	<p>El Docente D3, cuando impartía la misma clase a la Sección B, modificó sus ejercicios en la sección práctica. Ejemplo: El ejercicio presentado en el efecto Papy, cambió por: 1.- Coloca al producto el signo más o menos. a.) 2(-3) = 6 b.) (-7)(-1) = 7 c.) 10 . 2 = 20 d.) 3(-6) . 1 = 18 e.) (-3)(-5).2 = 30 Puede evidenciarse que los esfuerzos del docente D3 por cambiar las actividades realizadas en la otra sección, lo llevan a buscar otros ejercicios que según él van a innovar su método, cuando el ejercicio planteado al igual que el anterior no logra los objetivos propuestos de la lección.</p>	<p>Efecto Obsolescencia</p>
<p>D1, D2, D3, D5 = Docentes. A1, A2, A3.... = Alumnos</p>		

Fuente: Obtenido del análisis de los datos de la Crónica de las Lecciones y Filmaciones, 1999.

CONCLUSIONES

Una vez analizados los resultados obtenidos en las observaciones a las lecciones, se puede concluir que:

- 1.- Los fenómenos Topaze y Obsolescencia están presentes en todos los docentes observados.
- 2.- El fenómeno Topaze se encuentra presente "Frecuentemente" en el 80% de los docentes observados y "Muy frecuente" en un 20%.
- 3.- El fenómeno Jourdain es "Frecuente" en el 60% de los docentes, "Muy frecuentemente" en el 20%, mientras que en un 20% , de los docentes no se observó.

- 4.- Con relación al fenómeno de Uso Inadecuado de la Analogía, los resultados muestran una dispersión a lo largo de la escala utilizada. Así se tiene que, en un 20% se presentó este fenómeno "Muy frecuentemente", en un 40% se hizo presente en forma "Frecuente"; en un 20 % "Poco frecuente" y en el 20% "Nunca" se presentó.
- 5.- Para el 40 % de los docentes observados, no se registró el efecto Diénès; mientras que se hizo "Frecuente" en el 40% y "Muy frecuentemente" en el 20 % restante.
- 6.- El fenómeno Papy se registró de la siguiente manera: el 60% de los docentes observados evidencian el fenómeno en forma "Frecuente", el 20% en de manera "Muy frecuente" y en el mismo porcentaje "Nunca" se observó.
- 7.- El 100% de los docentes observados evidencian el fenómeno de la Obsolescencia "Frecuentemente".
- 8.- Se observó que los fenómenos didácticos están presentes en los docentes independientemente de su formación y nivel académico.
- 9.- .La mayor parte de las estrategias utilizadas son tradicionales y los recursos utilizados son tiza, pizarra , borrador y en pocas ocasiones el libros de texto.
- 10.- En los docentes identificados como D1 y D5 se evidencian todos los fenómenos de manera "Frecuente".
- 11.- En el docente D2, todos los fenómenos se presentan "Muy frecuentemente" con la excepción del fenómeno de Obsolescencia que ocurre de manera frecuente.
- 12.- En el docente D3 hubo ausencia de los fenómenos Jourdain, uso inadecuado de las analogías y Diénès; sin embargo se presentaron en forma "Frecuente", el fenómeno Papy, Obsolescencia y Topaze.

13.- Los fenómenos Diénès y Papy no se observaron en el docente D4 y el Uso Inadecuado de la Analogía, se presentó "Poco Frecuente"; sin embargo la Obsolescencia, Topaze y Jourdain resultaron "Frecuentes" en su observación.

14.- Se observó que el uso de estrategias metodológicas fundamentadas en el constructivismo, las cuales se observaron en algunos docentes, están relacionadas de forma inversa a la presencia de fenómenos de la didáctica.

RECOMENDACIONES.

Teniendo en cuenta que este trabajo, es un ejercicio para la detección de los fenómenos didácticos, utilizando el método de la observación como medio de investigación, recomendamos:

- 1.- Utilizar el método de observación empleado en esta investigación para estudiar otros fenómenos relacionados con la didáctica, tanto en el área de Matemática como en otras ciencias.
- 2.- Establecer periodos de observación de al menos 1 (un) año escolar y ampliar el número de docentes a observar.
- 3.- Equipar y acondicionar aulas especiales para realizar "Observaciones Preparadas", a fin de no interferir en el desarrollo de las lecciones y evitar intervenir en los resultados.
- 4.- Actualizar a los docentes sobre el uso y manejo de la teoría didáctica de Brousseau.
- 5.- Constatar mediante otras investigaciones, la relación existente entre las estrategias metodológicas basadas en el constructivismo y la presencia de los Fenómenos de la Didáctica.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BROUSSEAU, Guy. (1997). Fondations and Methods of *didactique* [Fundamentos y Métodos de la Didáctica].
En: **Theory of Didactical Situation in Mathematics**. The Netherlands. Klumer Academic Publishers.
Edited and Translate by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland and V. Warfield. pp. 22-76.
- CHEVALLARD, Yves. (1985). "**La Transposition Didactique: du savoir savant au savoir enseigner**".
Editorial: La Pensée Sauvage, Grenoble, Francia. Traducción B. Quevedo
- Currículo Básico Nacional (C.B.N)** (1997). Secretaría Regional de Educación del Estado Zulia. Ministerio de Educación. Maracaibo. Venezuela.
- GOMEZ, Pedro. (1995). **Fundamentos y métodos de la Educación Matemática**. Resumen y comentarios al artículo: Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques. Universidad de los Andes. Bogotá - Colombia.
- QUEVEDO, Blanca. (1998). Seminario: **Fundamentos de la Didáctica de las Matemáticas**. Material mimeografiado Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela.
- QUEVEDO, Blanca. (1997). Seminario: **La Observación de una Lección**. Material mimeografiado. Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela.